Министерство образования и науки Самарской области государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Самарской области «Кинель-Черкасский сельскохозяйственный техникум»

Специальность: 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования

Дисциплина: Основы законодательства по обеспечению безопасности дорожного движения

Тема 12 Методика расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации.

Тема урока: Расчет на прочность и жесткость при кручении и изгибе.

Группа 24

Цель урока: Изучение основных особенностей шпоночного соединения и способов расчета

Изучите конспект урока, выполните задания и вышлите готовые задания на электронную почту преподавателя

План

1. Расчета элементов конструкций при кручении – беседа, рассказ.
2. Расчета элементов конструкций при изгибе – рассказ, объяснение

1.Расчета элементов конструкций при кручении – беседа, рассказ.

Кручением называют такой вид деформации, когда в поперечных сечениях возникает единственный силовой фактор – крутящий момент.

Деформация кручения происходит при нагружении бруса парами сил, плоскости действия которых перпендикулярны к его продольной оси.

2.4.2.1. Построение эпюр крутящих моментов

Для определения напряжений и деформаций бруса строят эпюру крутящих моментов, показывающую распределение крутящих моментов по длине бруса. Применив метод сечений и рассмотрев в равновесии любую часть, станет очевидно, что момент внутренних сил упругости (крутящий момент M_Z) должен уравновесить действие внешних (вращающих) моментов T_i на рассматриваемую часть бруса. Принято момент M_Z считать положительным, если наблюдатель смотрит на рассматриваемое сечение со стороны внешней нормали и видит вращающий момент *T*, направленным против хода движения часовой стрелки. При противоположном направлении моменту приписывается знак минус.

Например, условие равновесия для левой части бруса имеет вид (рис. 2.14):

– в сечении *А-А:*

$$T_1 - M_{Z1} = 0; \quad M_{Z1} = T_1,$$

– в сечении *Б-Б*:

$$M_{Z2} = T_1 - T_2.$$

Границами участков при построении эпюры являются плоскости действия вращающих моментов T_i.

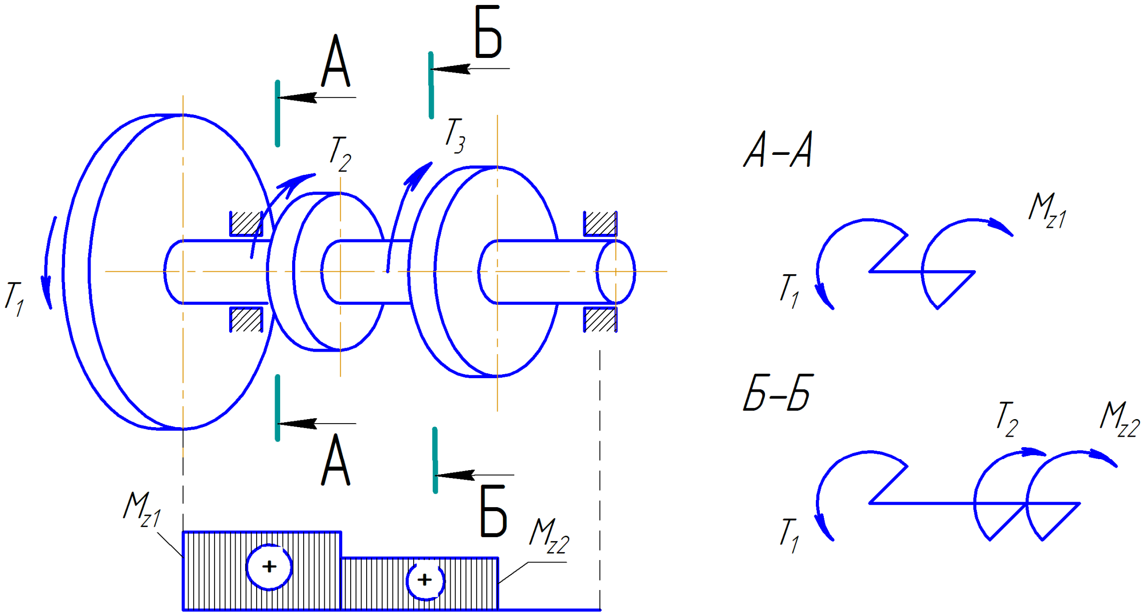

Рис. 2.14. Расчетная схема бруса (вала) при кручении

2.4.2.2. Деформации при кручении

Если на боковую поверхность стержня круглого поперечного сечения нанести сетку (рис. 2.15, *а*) из равноотстоящих окружностей и образующих, а к свободным концам приложить пары сил с моментами *T* в плоскостях, перпендикулярных к оси стержня, то при малой деформации (рис. 2.15, *б*) можно обнаружить:

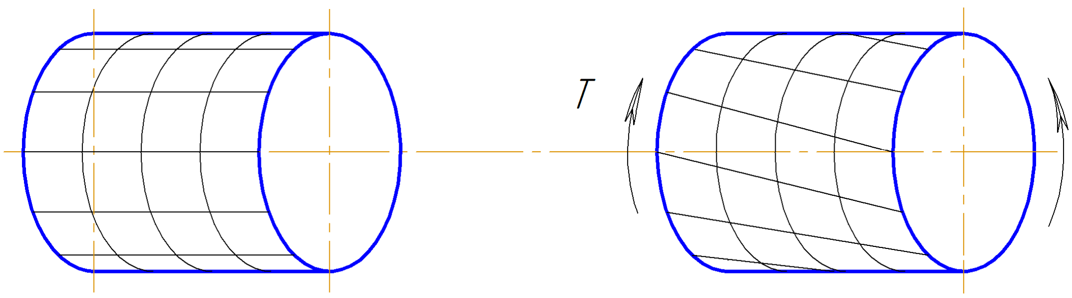

Рис. 2.15. Схема деформации при кручении

- образующие цилиндра превращаются в винтовые линии большого шага;
- квадраты, образованные сеткой, превращаются в ромбы, т.е. происходит сдвиг поперечных сечений;
- сечения, круглые и плоские до деформации, сохраняют свою форму и после деформации;
- расстояние между поперечными сечениями практически не изменяется;
- происходит поворот одного сечения относительно другого на некоторый угол.

На основании этих наблюдений теория кручения бруса основана на следующих допущениях:

 поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и после деформации;

 равноотстоящие поперечные сечения поворачиваются относительно друг друга на равные углы;

 радиусы поперечных сечений в процессе деформации не искривляются;

 в поперечных сечениях возникают только касательные напряжения. Нормальные напряжения малы. Длину бруса можно считать неизменной;

 материал бруса при деформации подчиняется закону Гука при сдвиге: $\tau = G\gamma$.

В соответствии с этими гипотезами кручение стержня круглого поперечного сечения представляют как результат сдвигов, вызванных взаимным поворотом сечений.

На стержне круглого поперечного сечения радиусом *r*, заделанным одним концом и нагруженным вращающим моментом *T* на другом конце (рис. 2.16, *а*), обозначим на боковой поверхности образующую *AD*, которая под действием момента займет положение AD_1. На расстоянии *Z* от заделки выделим элемент длиной *dZ*. Левый торец этого элемента в результате кручения повернется на угол φ, а правый – на угол ($\varphi + d\varphi$). Образующая *BC* элемента займет положение B_1C_1, отклонившись от исходного положения на угол γ. В силу малости этого угла

$$\gamma \approx tg\gamma = (CC_1 - BB_1)/BC = \left[r(\varphi + d\varphi) - r\varphi\right]/dz = rd\varphi/dz.$$

Отношение $\theta = d\varphi/dz$ представляет угол закручивания единицы длины стержня и называется *относительным углом закручивания*. Тогда

$$\gamma = r\theta. \tag{2.33}$$

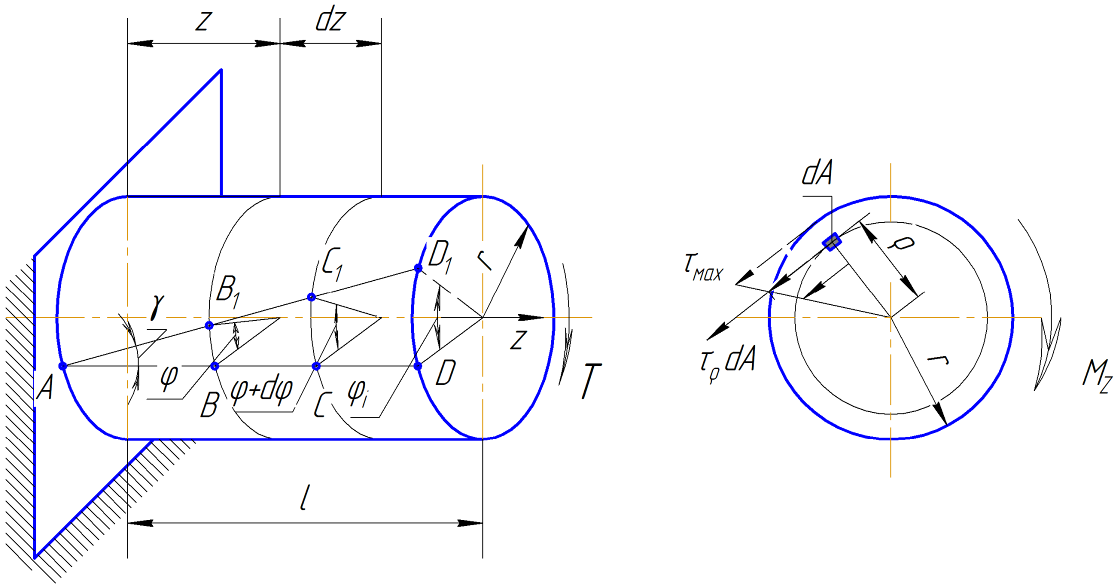

Рис. 2.16. Расчетная схема определения напряжений при кручении стержня круглого поперечного сечения

2.4.2.3. Напряжения при кручении

Принимая во внимание (2.33), закон Гука при кручении можно описать выражением:

$$\tau = G\gamma = G\theta r \quad (2.34)$$

В силу гипотезы, что радиусы круглых поперечных сечений не искривляются, касательные напряжения сдвига в окрестностях любой точки тела, находящейся на расстоянии ρ от центра (рис. 2.16, *б*), равны произведению

$$\tau_\rho = G\theta\rho, \quad (2.35)$$

т.е. пропорциональны расстоянию ее до оси.

Значение относительного угла θ закручивания по формуле (2.35) может быть найдено из условия, что элементарная окружная сила ($\tau_\rho dA$) на элементарной площадке размером *dA*, расположенной на расстоянии ρ от оси бруса, создает относительно оси элементарный момент (рис. 2.16, *б*):

$$dM_Z = \tau_\rho \rho \cdot dA = G\,\theta\,\rho^2 \cdot dA.$$

Сумма элементарных моментов, действующих по всему поперечному сечению *A*, равна крутящему моменту M_Z. Считая, что $G\theta = const$:

$$M_Z = G\theta \int_A \rho^2 \cdot dA.$$

Интеграл $\int_A \rho^2 dA = I_p$ представляет собой чисто геометрическую характеристику и носит название *полярного момента инерции сечения*.

Таким образом,

$$M_Z = G\theta I_p, \quad (2.36)$$

откуда, угол закручивания единицы длины бруса

$$\theta = M_Z/(GI_p). \quad (2.37)$$

Произведение GI_p называется жесткостью сечения бруса при кручении.

Полный угол закручивания, рад:

$$\varphi = \int_0^\ell \theta dZ = \int_0^\ell \frac{M_Z}{GI_p} \cdot dZ. \quad (2.38)$$

Если крутящий момент и момент инерции сечения постоянны по длине ℓ стержня, то полный угол закручивания

$$\varphi = M_Z \ell / (GI_p) . \quad (2.39)$$

Решив совместно выражения (2.35) и (2.36), получим уравнение

$$\tau_\rho = G\rho \frac{M_Z}{GI_p} = \frac{M_Z}{I_p}\rho , \quad (2.40)$$

из которого следует, что напряжение в точке поперечного сечения прямо пропорционально расстоянию до центра сечения. При $\rho = 0$ $\tau = 0$. Наибольшие напряжения возникают у наружной поверхности: $\tau_{\max} = M_Z r / I_p$.

Отношение полярного момента инерции I_p к наибольшему радиусу *r* называется *моментом сопротивления сечения кручению* W_p, мм^3:

$$W_p = I_p / r . \quad (2.41)$$

Условие прочности принимает вид

$$\tau_{\max} = M_Z / W_p \le \left[\tau_{кр}\right] . \quad (2.42)$$

2.4.2.4. Геометрические характеристики сечений

Принимая во внимание, что элементарная площадка *dA* для бруса круглого сечения: $dA = 2\pi\rho \cdot d\rho$ (рис. 2.17), значение полярного момента инерции, определяется уравнениями, мм^4:

– для полого сечения I_p:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi\rho^3 d\rho =$$

$$= \frac{\pi D^4}{32}(1 - \frac{d^4}{D^4}) ;$$

– для сплошного сечения:

$$I_p = 2\pi \int_0^{D/2} \rho^3 d\rho = \pi D^4 / 32 \approx 0{,}1 D^4 .$$

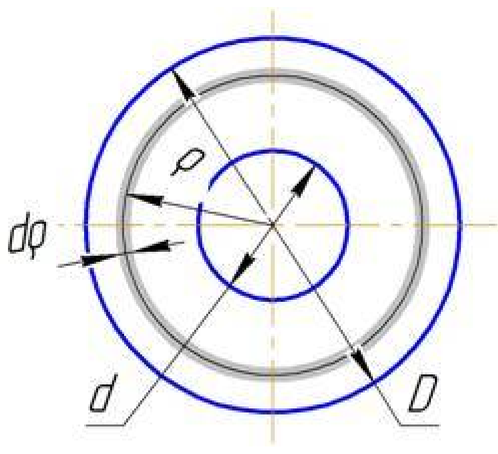

Рис. 2.17. Геометрические характеристики сечений

Полярные моменты сопротивления

– сплошного круглого сечения W_p, мм^3:

$$W_p = \pi D^3 / 16 \approx 0{,}2 D^3 ;$$

– полого круглого (кольцевого) сечения, мм^3 (2.43)

$$W_p \approx 0,2D^3(1-C^4),$$

где $C = d/D$ – параметр кольцевого сечения.

2.4.2.5. Расчеты на прочность и жесткость при кручении

В расчетах элементов конструкций условие прочностной надежности при кручении определяется уравнением (2.42), где $\left[\tau_{кр}\right]$ – допускаемое напряжение при кручении. Обычно назначают $\left[\tau_{кр}\right]$=(0,5 … 0,6) $\left[\sigma_p\right]$.

При известном значении крутящего момента M_Z в сечении и заданном материале диаметр вала круглого сплошного сечения:

$$D \geq \sqrt[3]{M_z / 0,2\left[\tau_{кр}\right]}, \tag{2.44}$$

полого круглого:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{M_Z}{0,2(1-C^4)\left[\tau_{кр}\right]}}. \tag{2.45}$$

Учитывая, что касательные напряжения распределяются по сечению не равномерно и в центре вала равны нулю (прочностные свойства материала недоиспользованы), то в целях экономии целесообразно валы больших поперечных сечений изготавливать полыми. Например, при $C = d/D = 0,7$ полый вал в два раза легче сплошного, хотя он ему равнопрочен.

На работоспособность элементов конструкций существенное влияние оказывает их жесткость (способность сопротивляться деформированию). Для валов приводов ее оценивают сопоставлением расчетных и допускаемых углов закручивания:

$$\varphi \leq \left[\varphi\right]. \tag{2.46}$$

Значение допускаемых углов закручивания $\left[\varphi\right]$ назначают из условия ограничения упругих деформаций. Например, для валов допускаемый угол закручивания $\left[\varphi\right]$ на длине 1м принимают в диапазоне 0,3 … 2,0 градусов.

Задание: Письменно в конспекте ответьте на контрольные вопросы

1. Какой вид деформации называется кручением?
2. Какие предположения лежат в основе теории кручения стержня круглого сечения?
3. Что называется жесткостью при кручении?
4. Сформулируйте условие жесткости при кручении.
5. Как распределяются касательные напряжения по поперечному сечению бруса?
6. Что называется полярным моментом инерции сечения? Какова его размерность?
7. Какая выгода достигается при изготовлении полого вала?

Результаты проделанной работы отправить по адресу samykin.sergei@yandex.ru