Инструкционная карта по выполнению практического занятия № 28

по предмету Математика

Наименование работы: Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Цели занятия:

1) образовательная: отработать навыки по вычислению производных функций;

2) развивающая: содействовать развитию умений применять полученные знания на практике;

3) воспитательная: обеспечить условия для воспитания положительного интереса к математике.

Материалы и оборудование: инструкционная карта.

Норма времени: 2 часа.

Содержание практического занятия.

Задание 1. Исследуйте функции на монотонность и экстремум.

1) $y=-3x^2+6x-12$

2) $y=\frac{8}{3}x^3+11x^2-6x+4$

3) $y=4x^3+9x^2-12x+6$

Задание 2. Найдите интервалы выпуклости/вогнутости функции и точки её перегиба.

1) $y=x^3-3x^2+4$

2) $y=2+3x-x^3$

3) $y=-x^3+4x^2-4x$

Задание 3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции в заданных промежутках.

1) $f(x)=x^2-6x+13, 0\leqslant x\leqslant 6$

2) $f(x)=6x^2-x^3, -1\leqslant x\leqslant 6$

3) $f(x)=x^3-3x^2-9x+35, -4\leqslant x\leqslant 4$

Методические указания.

1. При решении задач можно пользоваться конспектами лекций по данным темам.

2. Формулы дифференцирования

   1. Производная суммы функций: $(u+v)'=u'+v'$
   2. Производная разности функций: $(u-v)'=u'-v'$
   3. Производная произведения функций: $(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$
   4. Производная отношения функций: $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}, где\, v\neq 0$
   5. Постоянный множитель можно вынести за знак производной: $(C\cdot u)'=C\cdot u$

3. Алгоритм исследования функции на экстремум.

   1) Найти производную функции $f'(x)$.
   2) Найти критические точки функции, т.е. точки, в которых производная равна 0 или не существует.
   3) Исследовать знак производной в каждом из интервалов, на которые найденные критические точки делят область определения функции $f(x)$. Если при переходе через критическую точку производная меняет свой знак, то функция $f(x)$ имеет в этой точке экстремум. Причём, максимум max, если знак меняется с "+" на "-", и, минимум min, если знак меняется с "-" на "+".
   4) Найти значения функции в точках экстремума.

Решение оформляется в виде таблицы (пример):

x	$(-\infty);x_0)$	x_o	$(x_0;+\infty)$
y''	$+$	0	-
y	↗	max	↘

4. Алгоритм нахождения промежутков выпуклости кривой:

1) Найти производные первого и второго порядков: $f'(x) u f''(x)$.
2) Найти критические точки по второй производной, т. е. точки, в которых вторая производная равна 0 или не существует.
3) Исследовать знак второй производной в интервалах, на которые критические точки делят область определения функции. Если в данном интервале $f'(x)>0$, то график выпуклый вниз $\cup$; если $f'(x)<0$, то – выпуклый вверх $\cap$.

5. Алгоритм нахождения точек перегиба графика функции:

1) Найти производные первого и второго порядков: $f'(x) u f''(x)$.
2) Найти критические точки по второй производной, т. е. точки, в которых вторая производная равна 0 или не существует.
3) Исследовать знак второй производной в интервалах, на которые критические точки делят область определения функции. Если $f'(x)$ меняет свой знак при переходе через критическую точку, то эта точка является точкой перегиба графика данной функции.
4) Найти значения функции в точках перегиба.

Решение оформляется в виде таблицы (пример):

x	$(-\infty;)\ x_0)$	x_o	$(x_0;+\infty)$
y''	$+$	0	-
y	$\cup$	точка перегиба	$\cap$

6. Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

1) Найти производную функции $f'(x)$
2) Найти критические точки, принадлежащие заданному промежутку, и вычислить значения функции в этих точках.
3) Найти значения функции на концах промежутка.
4) Сравнить полученные значения; тогда наименьшее и наибольшее из них являются соответственно наименьшим и наибольшим значениями функции в рассматриваемом промежутке.

Пример. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^2-4x+3$ на отрезке [0;3].

Решение.

1) Найдём производную функции: $f'(x)=(x^2-4x+3)'=(x^2)'-4\cdot x'+3'=2x-4\cdot 1+0=2x-4$

2) $2x-4=0$

$2x=4$

$x=4\div 2$

$x=2-критическая точка$

Находим значение функции в критической точке $f(2)=2^2-4\cdot 2+3=4-8+3=-1$

3) Находим значения функции на концах отрезка:

$f(0)=0^2-4\cdot 0+3=3$

$f(3)=3^2-4\cdot 3+3=9-12+3=0$

4) Итак, наименьшее значение функции равно -1 и достигается ею во внутренней точке отрезка, а ним большее значение равно 3 и достигается на левом конце отрезка: $y_{min}(2)=-1$; $y_{max}(0)=3$

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение точек максимума и минимума функции.
2. Что такое экстремум функции?
3. Какая кривая называется выпуклой (вогнутой)? Что такое промежутки выпуклости /вогнутости?
4. Чем и каким образом характеризуется выпуклость/вогнутость кривой?
5. Дайте определение точки перегиба.

Отчёт по ПЗ № 28

1.Сделайте вывод по проделанной работе (что узнали нового, чему научились и т. п.)
2. Запишите ответы на контрольные вопросы.

Выполненное ПЗ № 28 отправляется на проверку преподавателю Кузнецовой Л.В. на адрес: ludmilakuz30@gmail.com